Σεμινάριο εξαμηνιαίας διάρκειας μαθηματικών
Διοργάνωση: Τμήμα μαθηματικών Πανεπιστημίου Αθηνών

ΕΡΓΑΣΙΑ

Των: Βασιλείου Ξ. Κατωπόδη
Ιωάννη Π. Πλατάρου

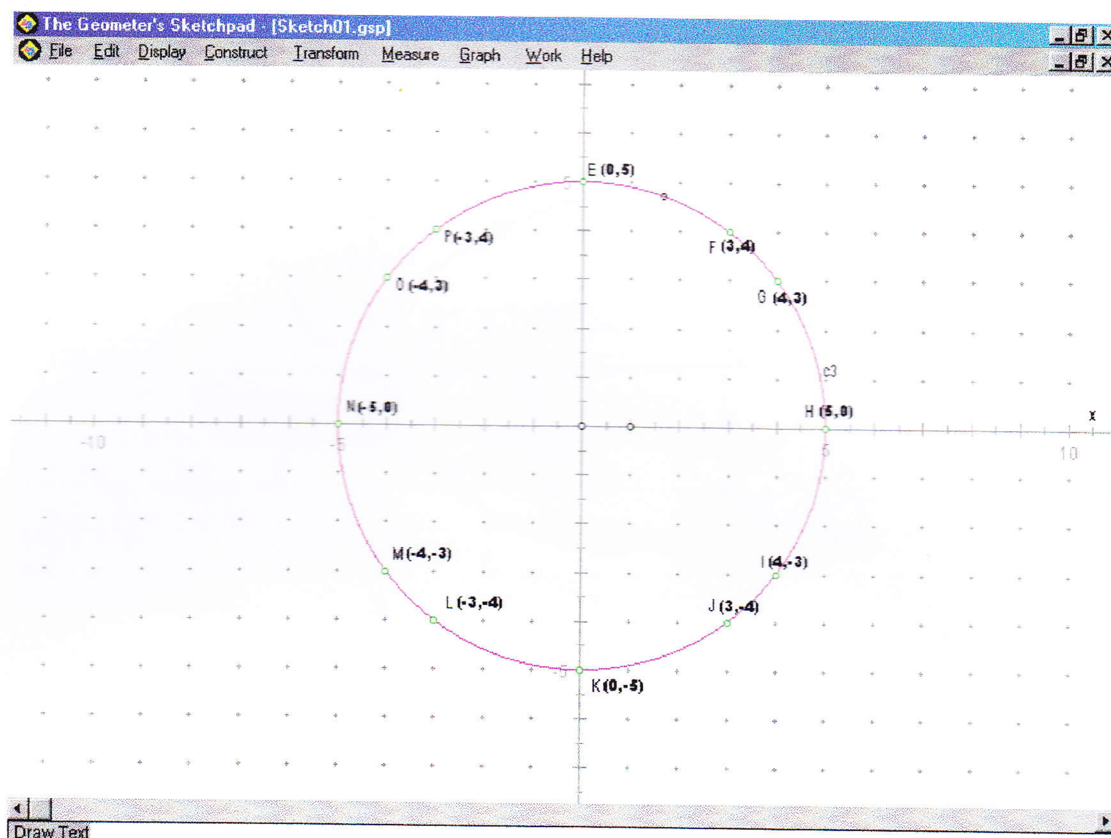
Παρουσίαση μαθήματος εισαγωγής στους ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ με διαδικασίες επίλυσης προβλήματος.

Επιβλέπων καθηγητής:
ΝΙΚΟΣ ΚΛΑΟΥΔΑΤΟΣ



ΑΘΗΝΑ
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2000

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ



1. Στο πιο πάνω σχήμα, οι συντεταγμένες καθενός από τα σημειούμενα σημεία E,F,G,.....,P αλλά και οιουδήποτε τυχόντος άλλου T(χ,ψ) ικανοποιούν την εξίσωση :

2. Για κάθε ένα από τα σημεία E,F,G,....P και T εφαρμόζω την εξής διαδικασία : "Διπλασιάζω την τετμημένη (:χ) αφήνοντας σταθερή την τεταγμένη (: ψ)
Να βρείτε πάνω στο σχήμα σας τα προκύπτοντα νέα σημεία E΄,F'G',.....P΄με την προηγούμενη διαδικασία και στη συνέχεια, να ενώσετε με ένα βέλος κάθε παλιό σημείο με το αντίστοιχο νέο.
Τι μεταβολή μπορούμε να πούμε ότι υπέστη ο κύκλος;

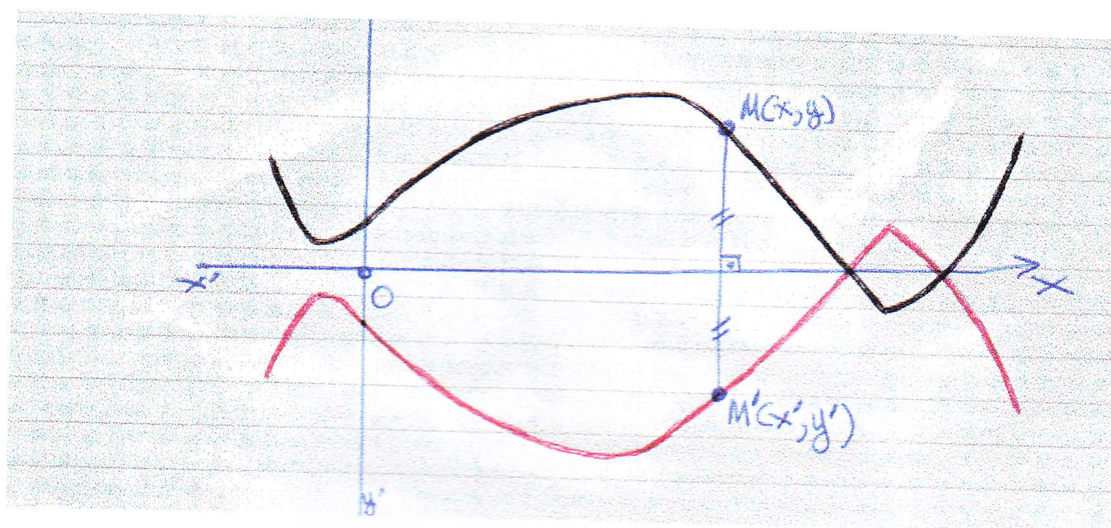
3. Ποιά αλγεβρική σχέση συνδέει τις καινούργιες συντεταγμένες χ΄, ψ΄, με τις παλιές χ, ψ,;

χ΄=.........

ψ΄=.........

Χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες σχέσεις, να βρείτε την εξίσωση με την οποία συνδέονται τα χ΄, ψ΄, λαμβάνοντας υπ΄ όψιν την εξίσωση με την οποία συνδέονται τα χ,ψ. Ποίο είναι το <u>είδος</u> της καμπύλης που προέκυψε από τον εφαρμοσθέντα μετασχηματισμό;

<u>ΒΑΣΙΚΟΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ</u>



- Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η εφαρμογή του γνωστού μας μετασχηματισμού Τ: "κάθε σημείο του επιπέδου απεικονίζεται στο συμμετρικό του ως προς το άξονα χχ΄"

Α) Να γράψετε τις σχέσεις που συνδέουν τις καινούργιες συντεταγμένες χ΄, ψ΄με τις παλαιές χ,ψ.

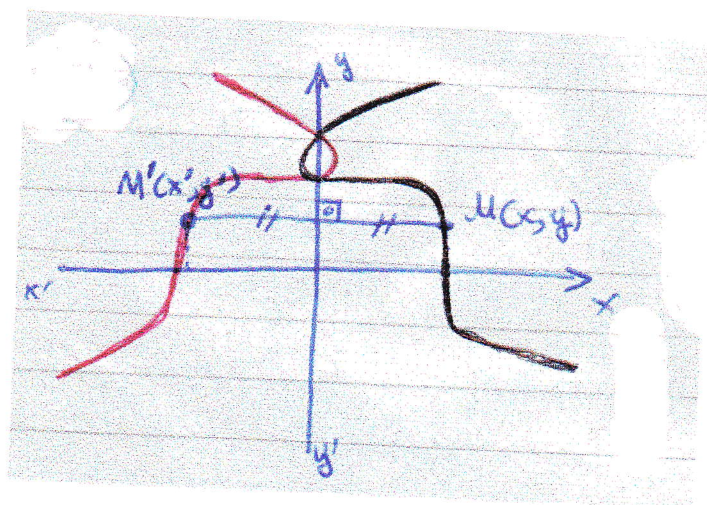
Στη συνέχεια να τις γράψετε υπό μορφή συστήματος και να βρείτε τον <u>πίνακα του μετασχηματισμού.</u>

$x' =$ .... $\Leftrightarrow$ $\chi' =$ ....

$\psi' =$ .... $\quad\;\;$ $\psi' =$ .... $\Leftrightarrow$ $\begin{bmatrix} x' \\ \psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \psi \end{bmatrix}$

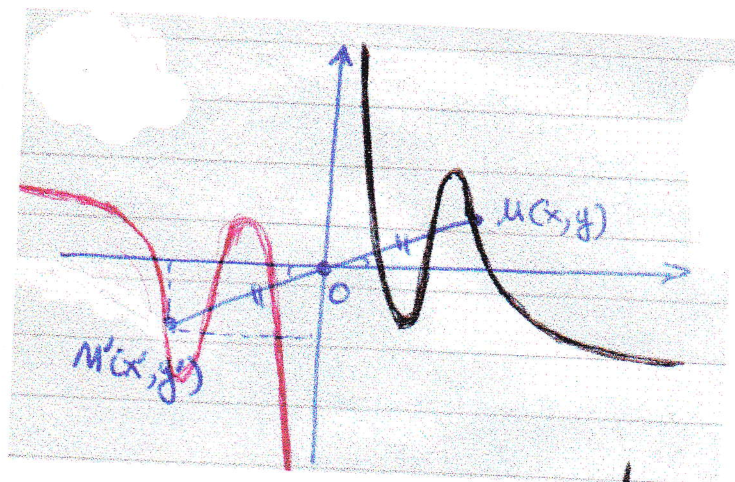
Β) Με την ίδια διαδικασία, να βρείτε τους πίνακες των μετασχηματισμών:

Τ1: "Σε κάθε σημείο του επιπέδου απεικονίζεται το συμμετρικό του ως προς τον άξονα ψψ'.



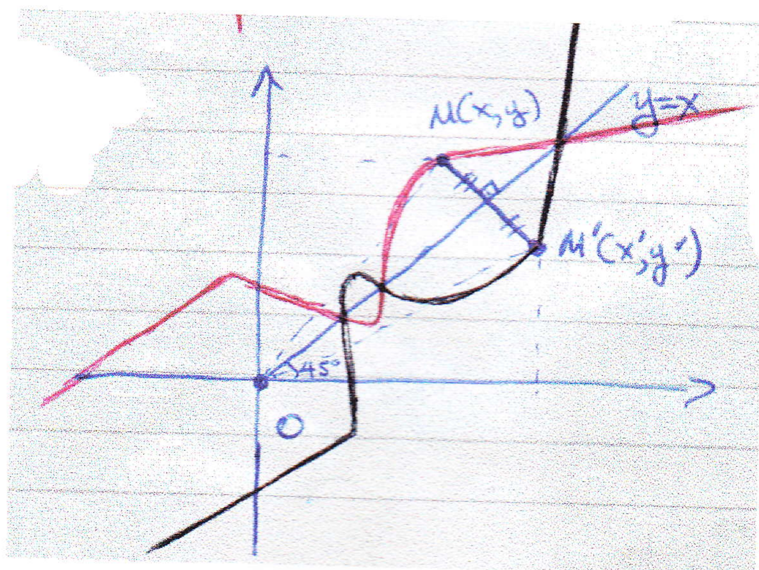
$$\begin{matrix} \chi' = \ldots\ldots\ldots \\ \psi' = \ldots\ldots\ldots \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \chi' = \ldots\ldots\ldots \\ \psi' = \ldots\ldots\ldots \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \chi' \\ \psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix}$$

Τ2: "Σε κάθε σημείο του επιπέδου απεικονίζεται το συμμετρικό του ως προς την αρχή των αξόνων Ο(0,0)."



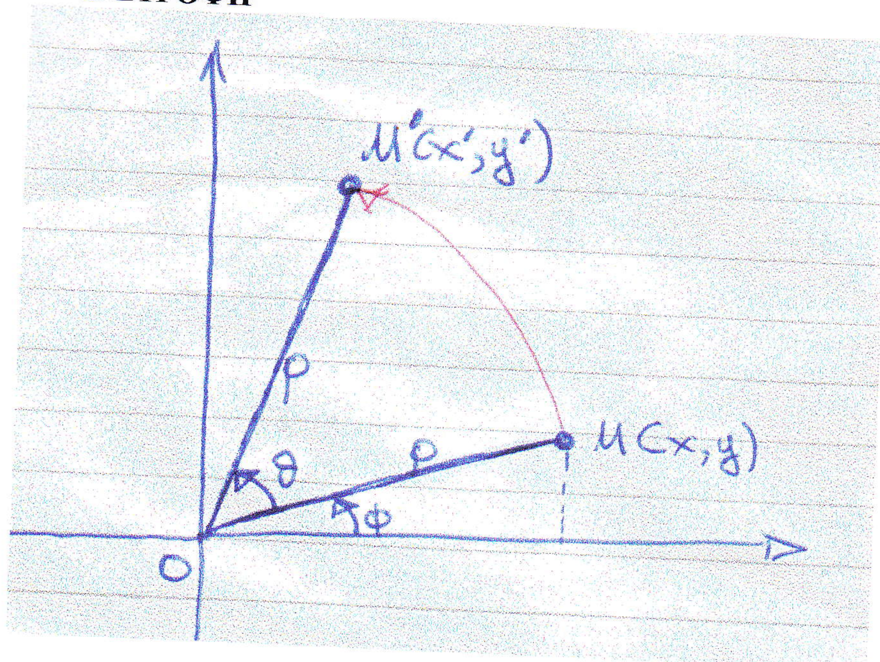
$$\begin{matrix} x' = \ldots\ldots \\ \psi' = \ldots\ldots \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \chi' = \ldots\ldots \\ \psi'' = \ldots\ldots \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \chi' \\ \psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix}$$

T3:"Σε κάθε σημείο του επιπέδου απεικονίζεται το συμμετρικό του ως προς την ευθεία ψ=χ (πρώτη διχοτόμο των αξόνων)"



$$\begin{matrix} x' = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \psi' = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} \chi' = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \psi' = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} \chi' \\ \psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix}$$

- **Η ΣΤΡΟΦΗ**



Στο παραπάνω σχήμα, το σχήμα, το σημείο Μ(χ,ψ) στρέφεται κατά γωνία θ, με κέντρο το Ο και ακτίνα ΟΜ=ρ.

Α) Να εκφρασθούν οι συντεταγμένες χ,ψ συναρτήσει των ρκαι φ.
Β) Να εκφρασθούν οι συντεταγμένες χ΄,ψ΄συναρτήσει των ρ και φ+θ.

Γ) Να εκφρασθούν οι χ΄,ψ΄συναρτήσει των χ,ψ, και θ.

Δ) Να βρεθεί ο πίνακας του μετασχηματισμού.

- Για τον τυχόντα γραμμικό μετασχηματισμό

$$T: \begin{bmatrix} x' \\ \psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix}$$

Βρίσκουμε τις εικόνες των σημείων Α(1,0) και Β(0,1) των μοναδιαίων διανυσμάτων i και j .)

α) Εκ του αποτελέσματος, μπορείτε να διατυπώσετε έναν μνημονικό κανόνα για τους πίνακες χαρακτηριστικών μετασχηματισμών;

Β) Να εφαρμόσετε τον παραπάνω κανόνα για τον πίνακα της "στροφής".

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ
(ΕΙΣΑΓΩΓΗ)
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗ (1η διδακτική ώρα)

Α. Ο Καθηγητής διανέμει το φύλλο εργασίας (από ένα σε κάθε μαθητή) και ζητά να απαντήσουν οι μαθητές στο ερώτημα 1 το οποίο συνιστά υπενθύμιση γνωστού (κύκλος – εξίσωσή του).

Β. Αφού βεβαιωθεί ότι όλοι οι μαθητές έχουν απαντήσει (αναμενόμενος χρόνος απάντησης 2 λεπτά, γράφει στον πίνακα τις σωστές απαντήσεις και ζητά να προχωρήσει όλη η τάξη στην διαπραγμάτευση του 2. Στο τελευταίο υποερώτημα του 2 δέχεται όλες τις εξωμαθηματικές ορολογίες για απαντήσεις (π.χ. " τεντώθηκε", "τραβήχτηκε", "επιμηκήθηκε", "έγινε σαν αυγό", "παραμορφώθηκε", "έγινε έλλειψη") τις οποίες και γράφει στον πίνακα.

- Επισημαίνει ότι η τελευταία πιθανή απάντηση χρήζει αποδείξεως.
- Με την "μαιευτική μέθοδο" θέτει ερωτήσεις ώστε να αποσπασθεί ο ορισμός του μετασχηματισμού ως συνάρτηση.
  - Ο κύκλος είναι σύνολο;
  - Το νέο σχήμα είναι σύνολο;
  - Κατά την διαδικασία χάθηκε κάποιο σημείο;
  - Όλα τα αρχικά σημεία έχουν αντίστοιχο;
  - Ένα αρχικό σημείο πόσα αντίστοιχα έχει;
  - Πως είναι ήδη γνωστή η προηγούμενη διαδικασία;

Γράφει στον πίνακα τον ορισμό του γεωμετρικού μετασχηματισμού,που βρέθηκε με την βοήθεια των μαθητών.
Επιδεικνύει το παράδειγμα με το πλέγμα στο έδαφος. (Διαφάνεια 1)

Γ.

- Ζητά από τους μαθητές την διαπραγμάτευση της 3.
- Γράφει την τελική απάντηση στον πίνακα (έλλειψη) όπως και την εξίσωσή της.

Δείχνει το πώς η σχέση $\left\{\begin{matrix} x'=x \\ \psi'=2\psi \end{matrix}\right\}$ ισοδυναμεί με

$$\begin{matrix} x'=1.x+0.\psi \\ \psi'=0.\chi+2.\psi \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} \chi' \\ \psi' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix}$$

- Ορίζει τις έννοιες " γραμμικός μετασχηματισμός ", " πίνακας γραμμικού μετασχηματισμού" δείχνοντας την ισοδυναμία:

$$\begin{matrix} x'=ax+\beta\psi \\ \psi'=\gamma\chi+\delta\psi \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x' \\ \psi' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix}$$

- Δ. Ζητά την διαπραγμάτευση του 4ου θέματος των βασικών γεωμετρικών μετασχηματισμών στο διανεμηθέν φυλλάδιο.

- Επιδεικνύει τους μετασχηματισμούς ενός τετραγώνου πλαισίου – πλέγματος μέσω της οπτικοποίησης που παρέχουν τα διανύσματα $\overrightarrow{AA'}$ όπου Α: αρχική θέση, και Α΄: τελική θέση σημείου.(Διαφάνειες 2 και 3)

Δηλαδή: Κάθε μαύρο πλέγμα έχει 25 σημεία τα οποία μέσω του διπλανού πίνακα της γραμμικής απεικόνισης πηγαίνουν σε μια νέα θέση. Από κάθε αρχικό και τελικό σημείο δημιουργούνται 25 διανύσματα τα οποία οπτικοποιούν το είδος της μεταβολής που δημιουργεί ο πίνακας στο επίπεδο .

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ ΜΕ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ, ΣΤΗΝ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΩΣ.

Των Βασιλείου Ξ. Κατωπόδη –Ιωάννη Π. Πλατάρου.

1. Η ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΓΝΩΣΗΣ (Κονστρουκτιβισμός)

Η νεώτερη θεωρία που αφορά τις μαθησιακές διαδικασίες και ειδικά το **πώς μαθαίνει κάποιος** Έχει να κάνει με **«χτίσιμο της γνώσης»** ή την **«κατασκευή της γνώσης».** Αυτή, δεν πραγματώνεται, ούτε με μεταφορά γνώσεων, ούτε με μεταφορά εμπειριών, αλλά κατακτάται **ενεργητικά** από τον υποκείμενο στη μάθηση. Επίσης η ίδια η γνώση καθ΄ εαυτή, δεν επιτελείται με την ανακάλυψή της απ΄ τον γνώστη ως προϋπάρχουσα, ανεξάρτητη απ΄ αυτόν. Η γνώση πλέον νοείται ως **διαδικασία προσαρμογής στον κόσμο των εμπειριών** κατά παράλληλο και αντίστοιχο τρόπο με την «κοινωνικοποίηση» η οποία νοείται ως η διαδικασία προσαρμογής του ατόμου στην κοινωνία.

Έτσι, όπως ακριβώς η Κοινωνιολογία νοεί την «κοινωνικοποίηση» ως μια ενεργητική διαδικασία ενός ατόμου, όμοια και ο **κονστρουκτιβισμός** εννοεί την γνώση ως **ενεργητικά αποκτούμενη, κατασκευαζόμενη,** και βέβαια ο μονόδρομος γι΄ αυτή τη διαδικασία είναι η κατασκευή της μάθησης μέσα από **διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων**.

Αν δεχθούμε τις προηγούμενες αρχές, είναι φανερό ότι η έκφραση «κατανοώ την έννοια πχ. της απόλυτης τιμής» χάνει την **απόλυτη** σημασία της και το νόημά της προσδιορίζεται από **την ίδια την χρήση της έννοιας μέσα στην ίδια την τάξη, απ΄την ίδια την μαθητική κοινότητα, η οποία και την «νομιμοποιεί»** μέσω της χρήσης της και της ανταλλαγής απόψεων μεταξύ των μαθητών επ΄αυτής.

Η κονστρουκτιβιστική έρευνα, έχει επηρεάσει και την διδακτική πρακτική και την κατεύθυνση της μαθηματικής εκπαίδευσης, αφού μελετά τις **νοητικές παραστάσεις** πάνω στις οποίες χτίζονται οι **έννοιες** ή και τα **«νοητικά αντικείμενα»** που τις παριστούν, Επίσης μελετά **το πώς από αυτές τις έννοιες, με συνεχείς αφαιρέσεις, χτίζονται ανώτερες έννοιες, ανώτερης τάξης**, μια διαδικασία που περιγράφεται με τον όρο **αναστοχαστική αφαιρετική διαδικασία** (reflective abstraction).

Ως παράδειγμα επί των προηγουμένων, αναφέρουμε την έννοια «απόσταση» και την νοητική παράσταση της έννοιας αυτής, η οποία μπορεί να είναι π.χ. μια εικόνα ενός ευθυγράμμου τμήματος (απόσταση μεταξύ δύο σημείων) ή παράσταση - εικόνα ευθυγράμμου τμήματος καθέτου σε ευθεία (απόσταση σημείου από ευθεία). Ως νοητικά αντικείμενα της προηγούμενης έννοιας μπορεί να είναι τα σύμβολα $|\chi|$ (απόλυτη τιμή του χ= απόσταση του αριθμού χ από το Ο) $|\alpha-\beta|$ (: απόσταση των αριθμών α,β) ή $d(\chi,\psi)$ (: γενίκευση της έννοιας απόσταση με χρήση των ιδιοτήτων της μετρικής) ή ακόμα σύνδεση της έννοιας με την έννοια της νόρμας(:$d(\chi,\psi) = ||\chi-\psi||$) ή ακόμα σύνδεση και μετεξέλιξη της έννοιας «απόσταση» – «νόρμα» –«εσωτερικό γινόμενο» «τετραγωνική μορφή» μέσω των ταυτοτήτων (: νοητικά αντικείμενα)

$d(\chi,\psi) = ||\chi-\psi||$, $||\chi||=\sqrt{T(x)}$, $T(\chi)=E(\chi,\chi)$

όπου η έννοια «απόσταση» έχει έννοια ακόμη και για χώρους όπου δεν υπάρχει εποπτεία (πχ R^n , n>3) ούτε είναι δυνατόν να υπάρξει επαρκές εποπτικό μοντέλο. (π.χ. αποστάσεις στην Υπερβολική Γεωμετρία).

2. Η ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

Γενικά **η ενεργητική διδασκαλία** εστιάζεται στις παρακάτω ενέργειες του καθηγητή όπου η κάθε μία **προϋποθέτει παραδοχή αναλόγων αντιλήψεων** : Έτσι:

Α) Η διδασκαλία εκκινεί με ασυνήθη προβλήματα, χωρίς να έχουν διδαχθεί πριν οι απαραίτητες έννοιες και οι αλγόριθμοι.

- Αυτό σημαίνει, ότι οι μαθητές **μπορούν να λύσουν προβλήματα, ας μην γνωρίζουν τα συνήθως θεωρούμενα εκ των προτέρων «απαραίτητα».**

Β)Το διδακτικό υλικό και η διδασκαλία, προσαρμόζονται με το περιβάλλον της τάξεως τις γνώσεις του καθηγητή και τα ενδιαφέροντα των μαθητών.

- Αυτό σημαίνει ότι τα Μαθηματικά πρέπει να διδάσκονται σε **γνώριμα πλαίσια** των μαθητών και να λαμβάνουν υπ΄ οψιν τους την **γλώσσα** τους, τα **πολιτισμικά τους στοιχεία και την καθημερινότητά τους.**

Γ) Η διδασκαλία γίνεται με πολλαπλές επιλογές εκ μέρους του καθηγητή (εξατομικευμένη διδασκαλία , εργασία σε ομάδες, συζήτηση με όλη την τάξη).

- Αυτό σημαίνει ότι **οι ατομικές διαφορές στη μάθηση απαιτούν διαφορετική οργάνωση της τάξης.**

Δ) Η τάξη γίνεται «μαθηματική κοινότητα» και ο δάσκαλος των μαθηματικών χτίζει και αξιολογεί πάνω στις μεθόδους και λύσεις των μαθητών.

- Αυτό σημαίνει ότι **οι εικασίες που αναπτύσσονται, προωθούν και ελέγχουν την μάθηση**, ο δε δάσκαλος είναι κάθε στιγμή **δεκτικός στις προτάσεις των μαθητών.**

Ε) Η διδασκαλία γίνεται με εστίαση και τονισμό των κεντρικών μαθηματικών εννοιών.

- Αυτό σημαίνει ότι τυποποιημένοι αλγόριθμοι και απομονωμένες περιοχές των μαθηματικών δεν προσφέρονται για παρουσίαση των σημαντικών ιδεών. Αντιθέτως, η **ολιστική αντίληψη** και αντιμετώπιση των μαθηματικών είναι **κεντρική επιλογή της διδασκαλίας**.

Στ) Η χρήση άτυπων μορφών αξιολόγησης, επιδρά στις διδακτικές επιλογές.

- Αυτό σημαίνει **ότι η άμεση παρατήρηση του τρόπου δράσης και σκέψης των μαθητών την στιγμή που εργάζονται** δίνει όλες τις ευκαιρίες **ανάδρασης** στον καθηγητή για την **βελτίωση ή και αλλαγή του τρόπου οργάνωσης της διδασκαλίας.**

Ζ) Οι μαθητές πρέπει να ενθαρρύνονται σε αναστοχασμό πάνω στις δραστηριότητες και στη μάθηση.

- Αυτό σημαίνει ότι ο **αναστοχασμός είναι απαραίτητο εργαλείο για να γίνει αναθεώρηση, καλλίτερη κατανόηση και διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών.**

3. ΤΟ ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΣΤΙΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.

Η εισαγωγή του κεφαλαίου των γεωμετρικών μετασχηματισμών με διαδικασίες επίλυσης προβλήματος, αλλά και κάθε μαθήματος μαθηματικών γίνεται έτσι ώστε :

Ο ΜΑΘΗΤΗΣ:

- Καλείται **να διαβάσει το πρόβλημα** , να κάνει **διευκρινιστικές ερωτήσεις , να σχεδιάσει** και να **αποτυπώσει** τις πληροφορίες που θα του παρασχεθούν μέσω του προβλήματος.
- Καλείται να εργασθεί μόνος ή καλύτερα καθ'ομάδας .
- Καλείται να **συζητήσει** την λύση του , να εικάσει, να προσπαθήσει να γενικεύσει ή και να **αναλύσει την πορεία** που έχει ακολουθήσει μέχρι την λύση .

- **Να ενθαρρυνθεί σε συμμετοχή στο μάθημα**, μέσα από την **«κατασκευή της γνώσης»** ακόμα και όταν δεν έχει πλήρη ή επαρκή μαθηματική υποδομή. Ήδη παρατηρείται το φαινόμενο της αξιοσημείωτης συμμετοχής «αδύνατων» μαθητών σε διαδικασίες επίλυσης προβλήματος, οι οποίοι – είναι βέβαιον – θα αδιαφορούσαν εάν το μάθημα είχε εισαχθεί με το παραδοσιακό μοντέλο διδασκαλίας (π.χ δασκαλοκεντρική διδασκαλία). Εξάλλου η

εισαγωγή βασίζεται αυστηρά σε **προϋπάρχουσες** γνώσεις και **η νέα γνώση κτίζεται αποκλειστικά πάνω στις παλιές.**

- **Να ενθαρρυνθεί στην δεξιότητα επίλυσης προβλημάτων**, αφού ο με ιλιγγιώδεις ρυθμούς αναπτυσσόμενος κόσμος μας, απαιτεί **διαρκή προσαρμογή του** κάθε προσώπου μέσα από διαδικασίες επίλυσης προβλήματος στο ευρύτερο και στενότερο εργασιακό του περιβάλλον. Η **δια βίου εκπαίδευση** είναι κάτι που οι παρούσες κοινωνικές αντιλήψεις θεωρούν πλέον ως φυσιολογικό, πρέπον, ευκταίο και επιδιωκόμενο απ΄όλους, ενώ ήδη στις αρχές μόλις της δεκαετίας του ΄80 η φράση «δια βίου εκπαίδευση» ηχούσε ως υπερβολή των διαφόρων φιλοσόφων – μελλοντολόγων της εκπαίδευσης.

- **Να ενθαρρυνθεί σε ομαδική εργασία,** κάτι που μπορεί να γίνει π.χ. με το τέχνασμα της διανομής ενός φύλλου εργασίας ανά δύο μαθητές. Είναι προφανές ότι αυτό συμβάλλει στην κοινωνικοποίηση του κάθε προσώπου και επίσης δρα ως αντίρροπος παράγοντες στην γενική τάση του Έλληνος να δρα κατά μόνας, αφού η εσωστρέφεια και ο εγωκεντρισμός μπορούν να χαρακτηρισθούν ως «εθνικά ελαττώματα».Παράλληλα η νέα γνώση ενσωματώνεται επίσημα **ως γνώση της μαθητικής κοινότητας**.

<u>Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :</u>

Επωμίζεται με την ευθύνη της **προσεκτικής σχεδίασης καταστάσεων δράσης, διατύπωσης, επικοινωνίας επικύρωσης ,απόφασης και εν τέλει θεσμοποίησης της νέας γνώσης.** Σ' αυτό το σχεδιασμό του θα πρέπει να λάβει πρόνοια να μην περιπέσει σε σχήμα κατά το οποίο η νέα γνώση προκύπτει «φυσιολογικά» και «αναμενόμενα» ή παράγεται μέσω τεχνασμάτων .

- Δεν είναι «μεταφορέας γνώσης», δεν παίζει – επιδεικνύει το «σόλο» του ενώπιον των μαθητών του, αλλά διευθύνει με την μπαγκέτα του, το προς κατάκτηση γνωστικό αντικείμενο.
- **Παρουσιάζει** το πρόβλημα στην τάξη , απαντά σε **διασαφητικές ερωτήσεις κατανόησης**
- και οργανώνει τους μαθητές .
- **Ενθαρρύνει επιβραβεύει πατοτρύνει και καθοδηγεί διακριτικά** τους μαθητές, ομιλεί στον ελάχιστο δυνατό βαθμό και **εκμαιεύει** τις νέες έννοιες.
- Ενθαρρύνει την συζήτηση **όλων των ιδεών** που αναπτύσσονται μεταξύ των μαθητών .
- Ενεργοποιεί τα γνωστικά σχήματα των μαθητών μέσω γενικών ή ειδικών ευρετικών, ώστε να μπορούν να αναγνωρίζουν πρότυπα ή μοντέλα να **διατυπώνουν εικασίες, να τις αξιολογούν**, να είναι σε θέση να **καταστρώνουν ένα σχέδιο** και να το εκτελούν.
- Προκαλεί τροποποίηση υπάρχοντος γενικού σχεδίου του μαθητή ή τον βοηθάει να δημιουργήσει νέο.

- Καλείται να αντιμετωπίσει τα γνωστικά ή επιστημολογικά εμπόδια που ίσως παρουσιασθούν στην τάξη από τους μαθητές.
- Να υποστηρίξει κάθε προσπάθεια **γενίκευσης του προβλήματος** .

- Καλείται να προβάλλει στους μαθητές του την ιδέα ότι τα μαθηματικά είναι μια <u>ανθρώπινη καθημερινή κοινωνική δραστηριότητα η οποία εκφράζεται με κάποια συμβολική γλώσσα, ενώ είναι ένα οικοδόμημα με εσωτερική συνέπεια λογικά δομημένο και κοινωνικά αποδεκτό.</u>

- Να παρουσιάσει την μαθηματική γνώση εν τω γενάσθαι και εν τω γίγνεσθαι στους μαθητές, και όχι φιλτραρισμένη συνθετοποιημένη προεπεξεργασμένη, προταξινομημένη, όπου μέσα

από τέτοια παρουσία (ορισμός – θεώρημα -απόδειξη) **να χάνεται η διαδικασία δημιουργίας τους** και η εφαρμογή τους.

- Να εθίσει τους μαθητές **σε ενεργητικές μεθόδους διδασκαλίας** κόντρα στο παραδοσιακό πρότυπο, το οποίο να επιτρέπει ανάπτυξη φαινομένων παθητικότητας και ανίας στους θεατές-ακροατές μαθητές .

- Να μη δίνει το κύρος στη νέα γνώση ο ίδιος ο διδάσκων, αλλά η ίδια η γνώση να αποκτά **υπόσταση κύρος και ισχύ μέσα από την (καθοδηγούμενη) ανακάλυψή της** από την μαθητική κοινότητα.

4. *ΕΙΔΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΣΤΙΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΣΤΟΥΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ ΜΕ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ*

Ο ΜΑΘΗΤΗΣ:

- Στην αρχή καλείται **να αναγνωρίσει** και **να ανακαλέσει** από την μνήμη του την εξίσωση κύκλου την οποία γνωρίζει από Β΄ Λυκείου.**Έτσι η νέα γνώση θα κτισθεί στα θεμέλια της παλαιάς.**

- Καλείται **στην αρχή να κάνει μόνος του** μία απλή γεωμετρική διαδικασία που θα τον **εισάγει** στην νέα έννοια.Η διαδικασία αυτή σταθμημένη έτσι ώστε να είναι δυνατή από το σύνολο των μαθητών.

- Καλείται να **ανακαλύψει** τη σχέση που συνδέει τις νέες συντεταγμένες που ο ίδιος προσδιόρισε, με τις παλιές.

- Ο μαθητής που τέλειωσε πρώτος ή όσοι τελείωσαν πρώτοι**, ενθαρρύνονται** να επιδεικνύουν την λύση τους σε αδύνατους μαθητές στο ίδιο, εμπρός ή πίσω θρανίο**, βοηθώντας τους**.

- Καλείται **ελεύθερα να εκφράσει εικασίες** για το τι είδους μεταβολή υπέστη ο κύκλος μέσω της εργασίας του και **να εικάσει το είδος του νέου σχήματος**.

- Καλείται **με την μαιευτική μέθοδο να ανακαλύψει τον ορισμό του γραμμικού μετασχηματισμού** ως «απεικόνιση» μια έννοια την οποία γνωρίζει από πριν περιορισμένα. Έτσι καλείται **να διευρύνει το αντίστοιχο γνωστικό σχήμα** σύμφωνα με το οποίο έχει καταχωρίσει την έννοια «απεικόνιση» και «συνάρτηση». Το ίδιο ισχύει για τις προϋπάρχουσες έννοιες «πίνακας», «πολ/σμός πινάκων» σε σχέση με την χρησιμότητά τους και το πεδίο εφαρμογών τους. Δηλ. ένας «γραμμικός μετασχηματισμός» παριστάνεται ισοδύναμα μέσω ενός «γραμμικού συστή-
ματος» το οποίο με τη σειρά του ισοδυναμεί με μία ισότητα γινομένου πινάκων με κάποιο πίνακα.
Ακόμα έχουμε σημαντική **διεύρυνση του γνωστικού σχήματος** «συνάρτηση –άρτια-περιττή αντίστροφη ,συμμετρία ως προς ευθεία και σημείο» σε σχέση με τους γραμμικούς μετασχη ματισμούς μέσω της οπτικοποίησης με διανυσματική τεχνική που θα παρουσιαστεί στοτέλος. Με τον ανακαλυπτόμενο μνημονικό κανόνα διευκολύνεται στην **ανάκληση** όλων των πινάκων των γραμμικών μετασχηματισμών.

Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :

- Ομιλεί μόνο για να **διευθύνει το μάθημα** με φράσεις του τύπου: «διαπραγματευτείτε το 1ο ερώτημα», «πόσοι τελειώσατε», «βοηθήστε τους διπλανούς σας», «βρήκατε όλοι αυτό» , «διαπραγματευτείτε το 2ο ερώτημα» κ.τ.λ.

- **Επιβραβεύει λεκτικά ιδίως τους αδύνατους** που διαπραγματεύονται κάποιο ερώτημα. Η δυσκολία των ερωτήσεων και η κλιμάκωσή τους εγγυώνται, ότι οπωσδήποτε **στις πρώτες θα απαντήσουν όλοι οι μαθητές.** Όσον αφορά στην εύρεση του πίνακα των γνωστών γραμμικών μετασχηματισμών, αναμένεται ομαλή απόκριση απ΄ το σύνολο της κάθε τάξης. Αν υπάρξει δυσκολία, θα αφορά την εύρεση του πρώτου πίνακα του πρώτου στη σειρά γραφικού μετασχηματισμού.

- **Εκμαιεύει τον ορισμό του γεωμετρικού μετασχηματισμού**. Αμέσως μετά δείχνει την διαφάνεια με το πλέγμα και την παραμόρφωσή του μετά τους σεισμούς , καθιστώντας έτσι τον ορισμό **άμεσα εφαρμόσιμο στην ζωή μας σε ένα από τα πραγματικά προβλήματα του κόσμου μας.**

- Στην διδασκαλία τους της 2ης ενότητας (στροφή) ίσως μπορεί **να ενεργοποιήσει μια ειδική ευρετική στους μαθητές για** τα Α) και Β) ερωτήματα λέγοντας «θυμηθείτε τριγωνομετρικό κύκλο ή ανάλυση δυνάμεως σε δύο συνιστώσες) για όσους μαθητές δεν το έχουν βρει .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1.ΚΛΑΟΥΔΑΤΟΣ ΝΙΚΟΣ:(1996)ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ «ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

2. POLYA GYORGY: (1991) «ΠΩΣ ΝΑ ΤΟ ΛΥΣΩ» ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΑΡΔΑΜΗΤΣΑ ΑΘΗΝΑ.

3.J .M .HEALY : «ΜΥΑΛΑ ΠΟΥ ΚΙΝΔΥΝΕΥΟΥΝ» ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΛΥΧΝΟΣ

4 . ΚΛΑΟΥΔΑΤΟΣ ΝΙΚΟΣ : (1997) ΕΙΣΗΓΗΣΗ ΣΕΜΙΝΑΡΙΟΥ «ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑ-ΘΗΜΑΤΙΚΩΝ».

5. ΜΙΧ. Ι . ΚΑΣΣΩΤΑΚΗ-ΓΕΩΡ. Σ ΦΛΟΥΡΗ «ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ».

6.ΘΕΟΔ.Γ.ΕΞΑΡΧΑΚΟΥ(1988) «ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ» ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ